

**Задание на областную олимпиаду по математике  
для обучающихся учреждений  
среднего профессионального образования**

**ВАРИАНТ 1**

1. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f=30$  см. Расстояние от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было четким.

2. Один торговец продаёт сливы по 150 рублей за килограмм, а второй — по 100 рублей. Но у первого косточка занимает треть веса каждой сливы, а у второго — половину. Чьи сливы выгоднее покупать?

3. Для транспортировки 40 тонн груза на 1000 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Фирма-перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

4. Найти корни уравнения \_\_\_\_\_, лежащие на отрезке  $[6; 3\pi]$ .

5. Решите неравенство \_\_\_\_\_.

6. Найдите множество значений функции \_\_\_\_\_, где \_\_\_\_\_.

7. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

8. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $B_2$  лежит на продолжении ребра  $BB_1$  за точку  $B_1$ ,  $BB_2=2 \cdot BB_1$ . Во сколько раз объем куба отличается от объема пирамиды  $B_2 ABCD$ ?

9. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства содержит только одно целое число.

**Задание на областную олимпиаду по математике  
для обучающихся учреждений  
среднего профессионального образования**

**ВАРИАНТ 2**

1. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0$ . Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого, она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ (Гц), где } c \text{ — скорость звука (в м/с)}$$

Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 315$  м/с. Ответ выразите в м/с

2. У Маши есть двухрублёвые и пятирублёвые монеты. Если она возьмёт все свои двухрублёвые монеты, ей не хватит 60 рублей, чтобы купить четыре пирожка. Если все пятирублёвые — не хватит 60 рублей на пять пирожков. А всего ей не хватает 60 рублей для покупки шести пирожков. Сколько стоит пирожок?

3. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	3700	10200	
Б	4200	8200	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3800	8200	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

4. Решите уравнение  $x^2 - 5x + 6 = 0$ . —. Найдите все корни, принадлежащие отрезку  $[1; 4]$ .

5. Решите неравенство  $x^2 - 3x + 2 < 0$ .

6. Найдите множество значений функции  $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ , где  $x \in [0; \pi]$ .

7. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

8. На ребре куба с ребром длины 2 отмечена точка К. В пространстве отмечена такая точка Т, что  $\angle KCT = 90^\circ$  и  $\angle KCT = 45^\circ$ . Найдите длину высоты тетраэдра, опущенной из вершины С.

9. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $x^2 - ax + a < 0$  содержит ровно два целых числа.